

Математические законы в музыке

*Музыка – математика чувств, а математика – музыка разума.
Джеймс Джозеф Сильвестр, английский математик 19 века*

В нашей жизни есть законы, которые надо соблюдать. Соблюдение законов гарантирует безопасное, устойчивое и гармоничное развитие человека, общества. Наша тема говорит сама за себя: математические законы в музыке. Давайте подумаем и порассуждаем:



Есть ли математические законы в музыке? Если есть, тогда что общего между математикой и музыкой? Какие математические секреты скрывает музыка?

Постараемся вместе с вами, здесь и сейчас, раскрыть их.

Английский математик 19 века Джеймс Джозеф Сильвестр сказал, что «музыка – это математика чувств, а математика – музыка разума».



Вы согласны с его высказыванием?

Вот и **первый секрет**, который мы разгадали: почему **великих музыкантов называли «математиками своего времени»?**

Музыка подчиняется математическим законам. Это обеспечивает ей гармоническое звучание. Слушая музыку, ребёнок попадает в волшебный мир звуков. Законы математики добавляют красоту в звучащие звуки.

Математика и музыка – два полюса человеческой культуры, два предмета с которыми дети знакомятся с детского сада, а это в будущем и школьные предметы, которые они продолжают изучать. Формируя элементарные математические представления, ребёнок погружается в строгое пространство чисел. Математика – это математика, музыка – это музыка.

Разрабатывая раздел Программы СТЕАМ: интеграция математики с музыкой, постараемся дать детям знания о математических законах в музыке, вместе найти и показать некоторые доступные математические свойства в музыке и их взаимосвязи.

Никто не задумывается о том, что мир звуков и пространство чисел издавна соседствуют друг с другом. Несмотря на то, что математика – самая абстрактная из наук, а музыка – наиболее отвлечённый вид искусства, связь математики и музыки очевидна.

Продолжим открывать математические секреты в музыке?
Совершим исторический экскурс в прошлое.

Первым, кто пытался выразить красоту музыки с помощью чисел, был Пифагор. Он создал школу мудрости, положив в её основу два предмета – музыку и математику. Пифагор считал, что гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба эти занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга. В пифагорийской школе проводили занятия математики под музыку, так как заметили, что она благотворно влияет на интеллект. Пифагор учился в Египте и сделал её предметом науки. Основная категория философии Пифагора – *число*. Число – это первоначало бытия, основа космической меры. То же числовое начало пифагорейцы обнаружили в музыке, а поэтому весь космос мыслился ими как *музыкально-числовая гармония*.

Литературное произведение записывается при помощи букв, а музыкальное – при помощи нот. Ноты – это и есть «буквы», читая которые, музыкант воспроизводит мелодию. В музыке 7 нот, различные длительности их звучания, ритмичный счёт.

Вот и *второй секрет* разгадан. В музыке и математике есть **число**.

Посмотрите, как просто, на наглядной основе можно знакомить детей со звуками.

Семь имён произнеси **до, ре, ми, фа, соль, ля, си!**



Запомни!

У музыкальных звуков есть имена: **до, ре, ми, фа, соль, ля, си**.
Звуки выстроились в ряд — получился **звукоряд**.

Можно и поиграть с детьми.

Найди и наклей правильную картинку.



Может ли музыка удивить?

Удивительный факт. Космические сферы, настроенные на определённый тон, порождают «музыку небесных сфер». Они считали, что Земля имеет форму шара и находится в центре вселенной.

Солнце, Луна и пять планет – Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн движутся вокруг Земли. Расстояния от них до нашей планеты составляют семиструнную арфу, и при их движении возникает прекрасная музыка – музыка сфер. Это подтверждает ещё раз то, что **между звуками и числами существует связь.**

Рассмотрим взаимосвязь между математикой и музыкой с точки зрения её теоретического построения.

Теоретическое построение музыки на основе математических знаний

Основой математических знаний является *арифметический счёт*, который, как *числовой ряд* состоит из определённой последовательности чисел, где каждое *последующее число больше предыдущего* на одну единицу – и это уже само по себе является определённой ритмической закономерностью. Арифметические действия с числами происходят путём перемещения по этому числовому ряду либо в сторону увеличения, либо наоборот. Например, чтобы к двум прибавить пять, нужно от 2 переместиться на 5 единиц в сторону увеличения чисел – получаем 7. По аналогии, *музыкальный звуко ряд* – это последовательность музыкальных звуков, в которой каждый *последующий звук выше предыдущего* также на одну единицу. Так мы можем вычислить музыкальный звук путём перемещения по музыкальному ряду.

Определение интервала в музыке есть не что иное, как *вычисление разности между двумя звуками.*

Третий секрет математики в музыке разгадан. *Целое* состоит из чисел, которые надо считать. Это музыкальный размер наполняемости тактов, по-другому про это можно сказать: сколько нот уместится в один такт, в одну «коробку»). Записывается размер обычно в виде двух чисел.



Верхнее число говорит о том, сколько всего долей в такте, то есть до скольких считать (до двух, до трех, до четырех, до шести и т.д.). Нижнее число показывает длительность каждой доли, то есть, какими нотами нам считать.

С чего начинается знакомство с музыкой? Конечно, со звуков! Но чтобы их повторить, нам придется окунуться в мир странных кружочков, палочек, крючочков и галочек, которые все вместе и будут составлять нотную грамоту. Оказывается, любую музыку можно записать с помощью семи нот, расставляя около них музыкальные знаки. Ноты и паузы бывают

целые, половинные, четвертные, восьмые, шестнадцатые и т.д., их связывает между собой математическая закономерность.



1и 2и 1 и 2и 1и 2 и 1 и 2 и 1 ии 2 ии 1и2 и 1и2и

ЭТО ЛИШЬ НЕСКОЛЬКО ВАРИАНТОВ...

Есть сильные и слабые доли, а также длинные и короткие ритмослоги.

Наша Таня громко плачет.

Уронила в речку мячик.

(А. Барто «Мячик»).

Дин-дон! Дин-дон!

В переулке ходит слон.

Старый серый, сонный слон...

(И.Токмакова «Сонный слон»).

Четвертый секрет - средства музыкальной выразительности также тесно связаны с математикой.

Мир музыки богат и разнообразен. Чтобы увидеть красоту этого мира, нужно научиться понимать музыку, изучить музыкальный язык и разобраться в средствах музыкальной выразительности.

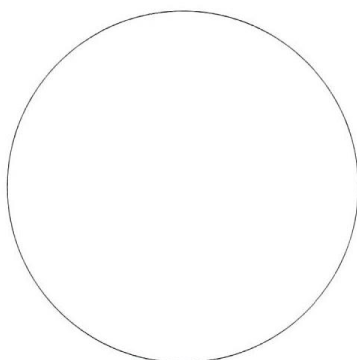
У мелодии есть свои законы строения. Мелодия складывается из отдельных звуков, но между этими звуками существует взаимосвязь. Звуки могут быть разными по высоте – низкими, средними, высокими. Они могут быть долгими и короткими. Если в основе мелодии долгие, выдержанные звуки, то мелодия звучит неторопливо, повествовательно. Если мелодию составляют короткие звуки, она превратится в подвижное, стремительное и кружевное полотно.

Соотношение неустойчивых и устойчивых звуков превращает ряд звуков в осмысленную мелодию (*лад*). В музыке самые распространенные – **мажорный** и **минорный** характер мелодии. Если мелодия в мажоре – она бодрая и веселая, если же в миноре – звучит грустно и печально.

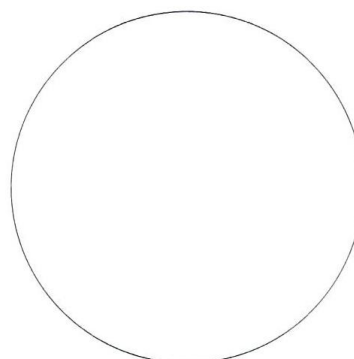
МАЖОР

МИНОР

Нарисуй мажорное (весёлое) лицо.



Нарисуй минорное (печальное) лицо.



Запомни!

Музыкальными звуками, как разноцветными красками, можно нарисовать разное настроение. **Мажор** — весело, радостно.
Минор — грустно, печально.

Мелодия может быть напевной, а может быть декламационной, похожей на человеческую речь – речитатив.

По характеру звучания звуки делятся на верхние, средние, нижние (*регистры*). Средние звуки звучат мягко и полнозвучно. Низкие звуки – мрачные, гулкие. Высокие звуки – светлые и звонкие. С помощью высоких звуков можно изобразить щебет птиц, капель, рассвет. Например, у Глинки в песне «Жаворонок» (в высоком регистре рояля) звучит мелодия с короткими длительностями, мелкими украшениями. Эта мелодия напоминает птичьи переливы. С помощью низких звуков мы можем изобразить медведя в малиннике, раскаты грома.

Мелодии присущ порядок не только по **звукорядности**, но и по времени. Соотношение звуков по длительности называется ритмом. В мелодии мы слышим, как чередуются долгие и короткие звуки. Ровные звуки в спокойном темпе – мелодия плавная, неторопливая. Разнообразные длительности – чередование долгих и коротких звуков – мелодия гибкая, прихотливая. Ритму подчиняется вся наша жизнь: ритмично бьется сердце, ритмично наше дыхание. Ритмично чередуются времена года, сменяются день и ночь. Ритмичны шаги и стук колес. Равномерно движутся стрелки часов и мелькают кадры фильма. Движение Земли определяет ритм всей нашей жизни: в сутках 24 часа – за это время Земля совершает оборот вокруг своей оси. А один оборот вокруг Солнца Земля совершает за год. Есть ритм и в музыке. Ритм – важный музыкальный элемент. Именно по ритму мы можем различить вальс, польку, марш. Ритм может быть самым разнообразным благодаря чередованию длительностей – долгих или коротких.

При всем разнообразии ритма отдельные звуки в мелодии – ударные, более тяжеловесные и появляются через равные промежутки времени. В вальсе, например, мы слышим чередование – раз, два, три. И зрительно ощущаем поворот кружащейся в танце пары. А когда движемся под звуки марша, мы чувствуем равномерное чередование – раз, два, раз, два. Это чередование сильных и слабых долей или ударных и более лёгких безударных (*метр*). В вальсе мы слышим чередование трех долей-шагов – сильной, слабой, слабой – раз, два, три. Доля – это быстрота счёта, это равномерные удары-шаги, выраженные, в основном, четвертными длительностями.

Музыкальное произведение зависит от содержания, характерами **скорости исполнения** (*темпа*). Колыбельную мы поем в медленном, спокойном темпе. А марш звучит размеренно, в темпе шага. В начале произведения композитор указывает темп, а иногда и характер исполнения – в темпе вальса, в темпе марша, воодушевленно, мечтательно...

Высота звуков, характер мелодий (лад), ритм, темп неразрывно связаны друг с другом в любом произведении. Но более полно, ярко песня

раскрывается в многоголосном изложении и каждый голос при этом самостоятелен и равноправен с другими. Это **полифоническая музыка**.

Пример богатого многоголосия — народное пение. Одновременно звучащие голоса образуют последовательность аккордов, которые называются гармонией. **Гармония** тесно связана с мелодией. Гармония дополняет, обогащает мелодию выразительными красками, помогает раскрыть содержание и смысл мелодии и выступает в роли выразительного средства. Музыка ярче и выразительнее, когда мелодия звучит в сочетании с гармонией.

Характер и содержание произведения требуют исполнения с **разной силой звучания** – от очень тихого, тихого до громкого и очень громкого. Возможно еще и не очень громкое исполнение и не очень тихое исполнение. Динамические оттенки – важное средство музыкальной выразительности. Они превращают исполняемое произведение в красочное, яркое художественное произведение, а исполнение делают выразительным и эмоциональным.

Рассмотрим программные задачи музыкальной деятельности с детьми по возрастным группами, попробуем отобрать те задачи, которые приобщают их к музыкальному искусству через математику.

Ещё в утробе матери и после рождения малыш реагирует на различные мелодии по-разному. Происходит слуховое сосредоточение. Музыкальное воспитание начинается от рождения и на протяжении всего дошкольного возраста. С 3 месяцев, когда мать вкладывает в руку ребёнка погремушку, начинает постепенно развиваться рука, а в комплексе – сенсорное воспитание.

2-3 года

Музыкально-ритмические движения:

Развитие эмоциональности и образности восприятия музыки через движения. Формирование способности воспринимать и воспроизводить движения, показываемые взрослым (хлопать, притопывать ногой, полуприседать, совершать повороты кистей рук и ног и т.д.)

От 3 до 4 лет

Слушание: Развитие способности детей различать музыкальные звуки по высоте в пределах октавы – септимы, замечать изменения в силе звучания мелодии (громко, тихо).

Музыкально-ритмические движения: Формирование умения двигаться в соответствии с двухчастной формой музыки и силой ее звучания (громко, тихо); реагировать на начало звучания музыки и ее окончание. Развитие умения маршировать вместе со всеми и индивидуально, бегать легко, в умеренном и быстром темпе под музыку.

От 4 до 5 лет

Слушание: Формирование умения замечать выразительные средства музыкального произведения (тихо, громко, медленно, быстро). Развитие способности различать звуки по высоте (высокий, низкий в пределах сексты, септимы).

Музыкально-ритмические движения: Формирование у детей навыка ритмичного движения в соответствии с характером музыки, умения

самостоятельно менять движения в соответствии с двух- и трехчастной формой музыки.

От 5 до 6 лет

Музыкально-ритмические движения: Развитие чувства ритма, умения передавать через движения характер музыки, ее эмоционально-образное содержание; умения свободно ориентироваться в пространстве, выполнять простейшие перестроения, самостоятельно переходить от умеренного к быстрому или медленному темпу, менять движения в соответствии с музыкальными фразами.

От 6 до 7 лет

Слушание: Развитие навыков восприятия звуков по высоте в пределах квинты-терции. Развитие мышления, фантазии, памяти, слуха. Знакомство с элементарными музыкальными понятиями (темп, ритм); жанрами (опера, концерт, симфонический концерт), творчеством композиторов и музыкантов.

Музыкально-ритмические движения: Развитие навыков танцевальных движений, умения выразительно и ритмично двигаться в соответствии с разнообразным характером музыки, передавая в танце эмоционально-образное содержание.



Давайте устроим **музыкальную викторину**, резюмируя вышесказанное?

Что такое музыка?

Музыка – это ритмизированная последовательность звуков, приятных для слуха и благотворных для души; вибрация воздуха порождает звуки и они распространяются невидимыми волнами.



Как вы думаете, когда звук становится музыкой?

Музыка – это как бы узор, сотканный из звуков. Источником звуков может быть что угодно – твой голос, музыкальный инструмент и любые предметы. Например, звуки окружающего мира – птичий щебет, шум дождя, шелест листьев... Звуки могут быть долгими и короткими, высокими и низкими, громкими и тихими.



Запомни!

Музыкальные звуки бывают разные по высоте: **низкие** (толстые, как голос медведя), **средние** (приятные, как голос человека) и **высокие** (тонкие, как голос птички).



Из чего же состоит музыка?

В её состав, как в рецепт роскошного блюда, входят три изысканных ингредиента: **мелодия**, или мотив; **гармония**, связывающая отдельные ноты в единое целое звучание, и **ритм**, то есть определённое размещение музыкальных акцентов.



Скажите, нужна ли людям музыка? Конечно. Как воздух, солнечный свет, любовь близких, улыбки друзей.

А чем она важна для людей?

Музыка сближает. В викторианскую эпоху люди любили собираться возле музыкального инструмента и петь гимны. В современное время на выступления знаменитых музыкантов собираются тысячи слушателей.

Музыка стимулирует. Занятия аэробикой и физическими упражнениями проходят под ритмы музыки.

Музыка расслабляет. Многие музыкальные произведения успокаивают и умиротворяют. Младенцев убаюкивают колыбельными песнями.

Музыка призывает к действию: к ритуалам, к военным действиям. Барабанный бой и звуки труб помогали поддерживать боевой дух солдат и использовались для передачи сигналов. В Древней Греции на поле битвы трубы помогали солдатам сориентироваться, когда идти в атаку, а когда отступить.

Музыка выражает мысли и убеждения. Оказывается, музыканты могут влиять на политиков и народ, передавая свои мысли и чувства стилем и содержанием произведений. Например, рок-музыканты 60-х годов 20 века использовали народные мелодии, исполняя их на электрогитарах. Это было ярким выражением политического протеста.

Музыка веселит в мюзиклах и музыкальных комедиях.

Музыка лечит. Представляете, для лечения больных в индейских племенах, живущих на северо-западном берегу Тихого океана, шаманы используют специальные погремушки, сделанные из тыквы и наполненные косточками. В больницах применяют метод «мелотерапии», позволяющей пациентам в процессе лечения успокоиться и снять психологическое напряжение.

САМЫЙ-САМЫЙ ИНСТРУМЕНТ



А вы знаете, какой музыкальный инструмент самый большой из всех?

Орган. Он состоит из множества труб различных размеров – одни, совсем маленькие, издают высокие звуки, из других, побольше, извлекают басовые ноты.



- самый звонкий? (треугольник)
- распространённый? (барабан)
- самый первый? (волынка)

Удивительная магия. В Индии и Пакистане некоторые музыканты играют на тиктири (музыкальном инструменте, похожем на длинный кларнет), заклиная змей. Змеи выползают и раскачиваются в ритме гипнотической музыки. На самом деле змеи ничего не слышат – они реагируют на вибрации земли и на раскачивающиеся движения музыкальной трубки заклинателя.

Инструменты собраны. А не устроить ли нам концерт. А почему бы и нет? МАЕСТРО МУЗЫКУ!!!!

ИТАК, мы на практике узнали о некоторых математических законах и увидели их секреты в музыке. Выяснили древнейшую связь музыки с математикой. **Признали** и **можем** теперь с уверенностью **сказать**, что весь

мир – это музыка, потому что музыка - это математика. **Обратили особое внимание** на подчинённость музыкальных структур математическим законам. Наглядно **увидели**, музыка описывается языком математики. **Услышали**, что занятия математикой могут значительно облегчить изучение музыкальной гармонии, и наоборот – решение музыкальных задач и упражнений может способствовать улучшению арифметических навыков.

Гениальное произведение - это результат вдохновения и мастерства его создателя. А ещё своеобразная тайна, постичь которую порой невозможно. Решая задачи и слушая великую музыку, мы открываем в ней совершенство, простоту, гармонию и еще нечто такое, что неподвластно выражению словом.

Приложение 1.

Музыка (от греч. – искусство муз) – вид искусства, художественным материалом которого является звук, особым образом организованный во времени.

Математика (от греч. – знание, наука) – наука о величинах, их свойствах и законах их соединения.

Приложение 2.

1. Интонация, передающая эмоциональное состояние, настроение музыкального произведения. Интонация связана со слухом.
2. Тембр – окраска звука.
3. Ритм – последовательность звуков одинаковой и различной длительности. Окружающий мир полон ритмов. Оглянитесь вокруг: ритмично звучат шаги, ритмично наше дыхание, ритмичен стук колес поездов. Но стоит нам услышать «ритм», как наши мысли невольно обращаются к музыке и это вполне понятно: ведь ритм – один из важнейших элементов музыки. Греческое слово «ритмос» означает мерное течение. Благодаря ритму мы можем отличить марш от вальса, мазурку от полки. Ритмы можно обнаружить и среди чисел. Ритм в расположении чисел кратным двум выглядит так: 12345678910. Этот ритм соответствует размеру в музыке, то есть цифра «2» лежит, прежде всего, в основе всей четкой маршеобразной музыки. А «3» - всех вальсообразных ритмов.
4. Темп – скорость использования музыки. Относительной длительностью называется продолжительность данного звука по сравнению с другими. Абсолютная же длительность звуков в музыке устанавливается темпом, то есть скоростью звучания, а именно показателем скорости по метроному. Доля такта – это единица метра музыкального размера. Причем, абсолютная длительность звуков является важнейшим условием музыкальной выразительности, от которого зависит замысел музыкального произведения.
5. Упорядоченное соотношение звуков по высоте (мажор и минор) - лад.
6. Динамика – сила звучания музыки.
7. Ряд звуков, близких по тембровой окраске (Регистр).
8. Музыкальная мысль, выраженная посредством звуков в ладовом и метроритмическом отношениях (Мелодия).
9. Гармония – объединение звуков в созвучиях.

10. Параллели. Слова «параллельный» происходит от греческого «параллелос» - идти рядом. В музыке параллели мы видим в 5 прямых, образующих нотный стан. Параллельные линии можно увидеть не только в нотах, но и во внешней форме некоторых музыкальных инструментов: струны арф или органные трубы. В звучании музыки одна и та же мелодия будет исполнена различными голосами, то есть одновременно в унисон будут петь 2 голоса. Голоса поют одинаковую мелодию, только женский голос будет звучать в верхнем регистре, а мужской – в нижнем, а звучат они параллельно.

11. Полиметрия. Это запись двух параллельно звучащих музыкальных партий в разных музыкальных размерах.

12. Математические противоположности. Существуют ли они? Да, конечно. Отрицательное число – положительное число; плюс – минус; сложение – вычитание; умножение – деление; чётное число – нечётное число - Больше – меньше.

В музыке существуют также противоположности: медленно-быстро. (Если нам попробовать спеть быстрые песни медленно, а медленные быстро. Потеряется характер и смысл песен); высокое-низкое. (Некоторые инструменты устроены так, что из них можно извлекать либо только высокие, либо низкие звуки, например, скрипка и контрабас); громкий-тихий; длинный-короткий; многоголосие – одnogолосие.

Приложение 3.

Интересные факты о музыке. Сочетание звуков, издаваемых струнами, наиболее благозвучно, если длины струн музыкального инструмента находятся в правильном численном соотношении друг к другу. Для воплощения своего открытия Пифагор использовал монохорд, полуприбор. Под струной на верхней крышке ученый начертил шкалу, с помощью которой можно было делить струну на части. Было проделано много опытов, в результате которых Пифагор описал математически звучание натянутой струны. Правильные математические сочетания таких струн дают гармонические созвучия. Именно по этому принципу был создан широко популярный в античности музыкальный инструмент – лира, который впоследствии стал эмблемой музыкального искусства. Оказывается, длины трёх струн, дающих ноты до, ми, соль, которые составляют один из наиболее благозвучных аккордов – мажорный, удовлетворяют гармонической пропорции, а числа колебаний этих струн образуют непрерывную арифметическую пропорцию- 4:5:6. Таким образом, мы видим, что приятные для слуха созвучия подчиняются простым математическим законам.

Золотое сечение в музыкальных произведениях. «Золотое сечение» - это понятие, скорее, математическое. Это деление некоей величины на две части. Метод золотого сечения применяется и в музыке. Оказалось, что в музыкальных произведениях очень часто встречается эта золотая пропорция. Русский музыковед, композитор, музыкальный критик и ученый Леонид Леонидович Сабанеев, доказал, что наиболее высокий процент «золотых сечений» отмечается у гениальных композиторов. (У Бетховена – 97%, Гайдна – 97%, Моцарта 91%, Скрябина 90%, Шопена 92%). По его мнению «золотое сечение» приводит к впечатлению особой стройности музыкального сочинения.